

Courbe d'interpolation

1 Introduction

1.1 Outils disponibles

Les **splines cubiques** sont utiles pour « tracer » des portions de courbes, régulières entre deux points donnés, avec gestion des tangentes de sortie et d'entrée.

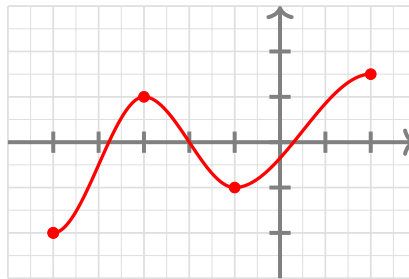
On peut les déterminer, par résolution de systèmes, donc grâce à un outil externe.

TikZ permet, grâce à l'outil `..controls` (lié aux courbes de Bézier) d'obtenir un résultat très proche de l'interpolation cubique, et ce avec un *paramètre* qui vaut 3.

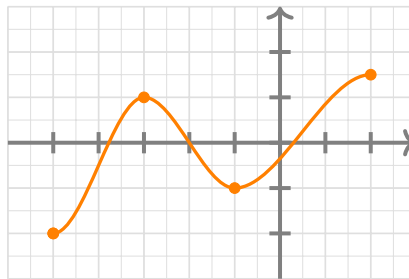
Il existe également l'option `in=...`, `out=...` pour gérer les angles de sortie et d'entrée de l'option chemin `to`.

1.2 Comparaison des outils

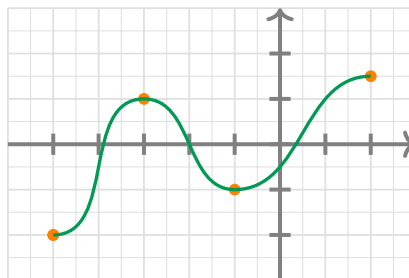
```
...
\tikzset{courbe/.style={line width=1.25pt,red,samples=250}}
\draw[courbe,domain=-5:-3] plot(\x,{-3/4*\x*\x*\x+9*\x*\x+-135/4*\x+-79/2});
\draw[courbe,domain=-3:-1] plot(\x,{1/2*\x*\x*\x+3*\x*\x+9/2*\x+1});
\draw[courbe,domain=-1:2] plot(\x,{-0.185185185185185*\x*\x*\x+0.277777777777777*\x*\x+1.11111111111111*\x+-0.351851851852});
...
```



```
...
\tikzset{courbe/.style={line width=1.25pt,red,samples=250}}
\draw[orange,line width=1.25pt] (-5,-2) ..controls +(0:0.67) and +(180:0.67).. (-3,1); % param = 0.67 = (-3-(-5))/3
\draw[orange,line width=1.25pt] (-3,1) ..controls +(0:0.67) and +(180:0.67).. (-1,-1); % param = 0.67 = (-1-(-3))/3
\draw[orange,line width=1.25pt] (-1,-1) ..controls +(0:1) and +(180:1).. (2,1.5); % param = 1 = (2-(-1))/3
...
```



```
...
\tikzset{courbe/.style={line width=1.25pt,red,samples=250}}
\draw[ForestGreen,line width=1.25pt] (-5,-2) to[out=0,in=180] (-3,1);
\draw[ForestGreen,line width=1.25pt] (-3,1) to[out=0,in=180] (-1,-1);
\draw[ForestGreen,line width=1.25pt] (-1,-1) to[out=0,in=180] (2,1.5);
...
```



2 L'outil « splinetikz »

2.1 Explications et définitions

On va utiliser les notions suivantes pour paramétrer le tracé « automatique » par `..controls` :

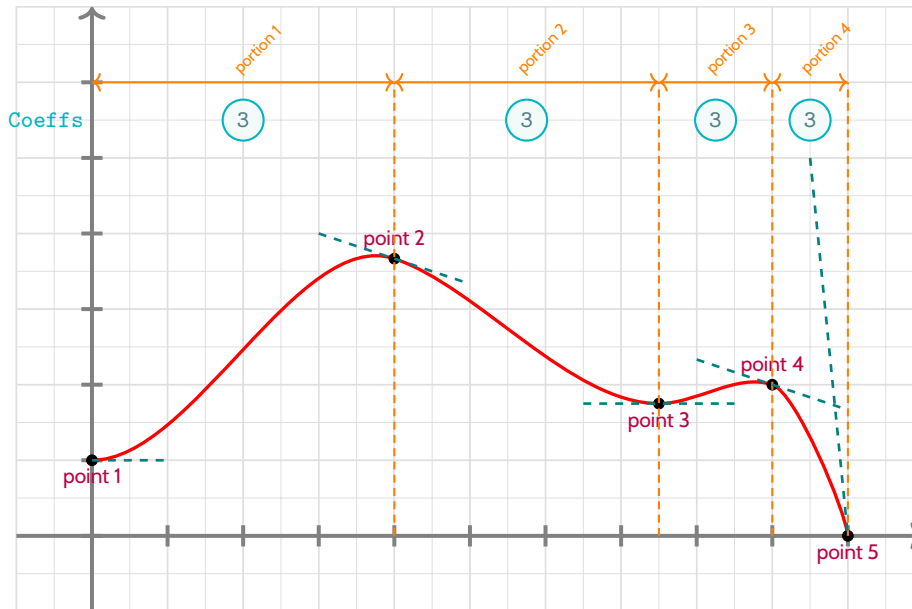
- il faut rentrer les points de contrôle;
- il faut préciser les pentes des tangentes (pour le moment on travaille avec les mêmes à gauche et à droite...);
- on peut paramétrer les coefficients pour « affiner » les portions.

Pour déclarer les paramètres :

- liste des points de contrôle par : `liste=x1/y1/d1$x2/y2/d2$...`
 - il faut au-moins deux points;
 - avec les points $(x_i; y_i)$ et $f'(x_i)=d_i$.
- coefficients de contrôle par `coeffs=...` :
 - `coeffs=x` pour mettre tous les coefficients à x ;
 - `coeffs=C1$C2$...` pour spécifier les coefficients par portion (donc il faut avoir autant de $\$$ que pour les points!);
 - `coeffs=C1G/C1D$...` pour spécifier les coefficients par portion et par partie gauche/droite;
 - on peut mixer avec `coeffs=C1$C2G/C2D$...`

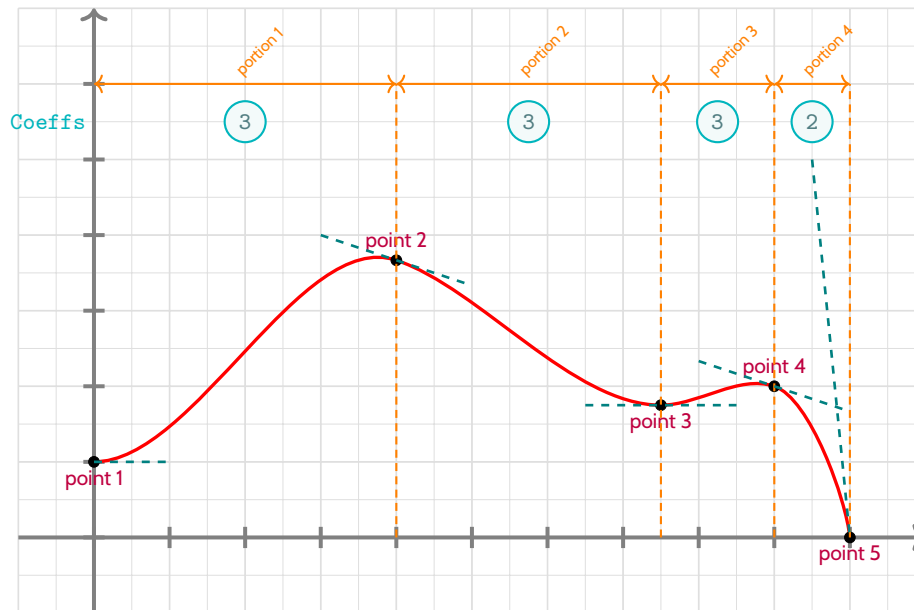
Par défaut :

- la couleur de la courbe est **red**, gérée par la clé `<couleur=...>`;
- on peut afficher les points de contrôle grâce à la clé booléenne `<affpoints=...>`.



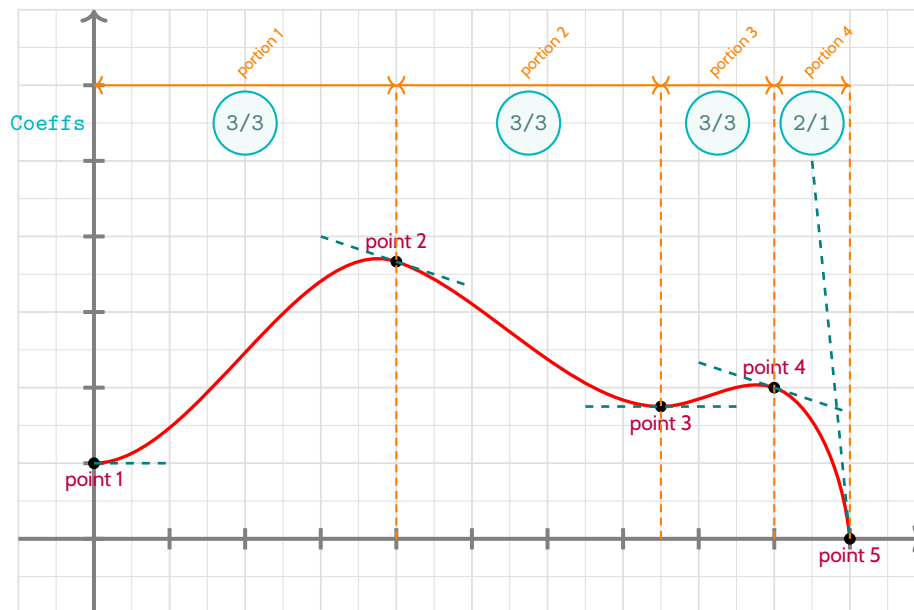
```
\splinetikz[%  
  liste=0/1/0$4/3.667/-0.333$7.5/1.75/0$9/2/-0.333$10/0/-10,%  
  coeffs=3,%  
  affpoints=true,%  
  couleur=red]
```

2.2 Avec une légère modification pour la dernière portion



```
\splinetikz[%
  liste=0/1/0$4/3.667/-0.333$7.5/1.75/0$9/2/-0.333$10/0/-10,%
  coeffs=3$3$3$2,%
  affpoints=true]
```

2.3 Avec une gestion plus fine de la dernière partie



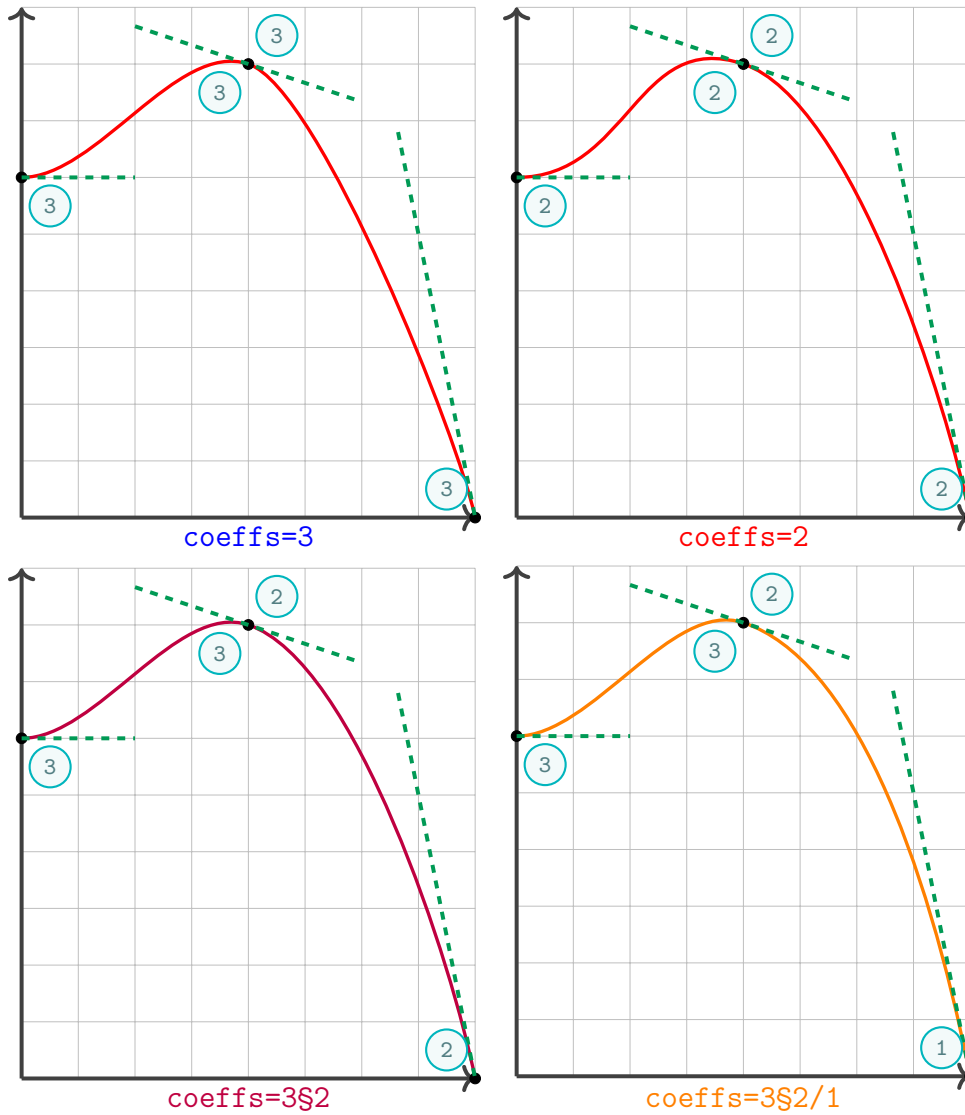
```
\splinetikz[%
  liste=0/1/0$4/3.667/-0.333$7.5/1.75/0$9/2/-0.333$10/0/-10,%
  coeffs=3/3$3/3$3/3$2/1,% ou coeffs=3$3$3$2/1,%
  affpoints=true]
```

3 Influence des « coefficients »

Dans la majorité des cas, le coefficient ③ permet d'obtenir une courbe (ou une portion) très satisfaisante!

Dans certains cas, notamment si l'une des pentes est relativement « forte » et/ou si l'intervalle horizontal de la portion est relativement « étroit », il se peut que la portion paraisse un peu trop « abrupte ».

On peut dans ce cas *jouer* sur les coefficients de cette portion pour *arrondir* un peu tout cela!

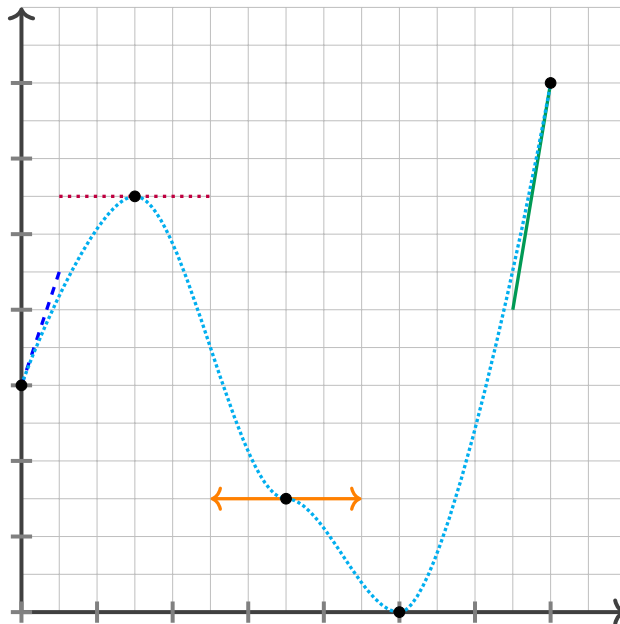


```

\begin{tikzpicture}
...
%le spline
\splinetikz[liste=0/1.5/0§1/2/-0.333§2/0/-5,affpoints=true,coeffs=...,couleur=...]
%les tangentes
\draw[line width=1.5pt,ForestGreen,dashed] (0,1.5)--(0.5,1.5) ;
\draw[line width=1.5pt,ForestGreen,dashed,domain=0.5:1.5] plot (\x,{-1/3*(\x-1)+2}) ;
\draw[line width=1.5pt,ForestGreen,dashed,domain=1.66:2] plot (\x,{-5*(\x-2)+0}) ;
...
\end{tikzpicture}

```

4 Exemple « complet »



```

\tikzset{%
  xmin/.store in=\xmin,xmin/.default=-5,xmin=-5,
  xmax/.store in=\xmax,xmax/.default=5,xmax=5,
  ymin/.store in=\ymin,ymin/.default=-5,ymin=-5,
  ymax/.store in=\ymax,ymax/.default=5,ymax=5,
  xgrille/.store in=\xgrille,xgrille/.default=1,xgrille=1,
  xgrilles/.store in=\xgrilles,xgrilles/.default=0.5,xgrilles=0.5,
  ygrille/.store in=\ygrille,ygrille/.default=1,ygrille=1,
  ygrilles/.store in=\ygrilles,ygrilles/.default=0.5,ygrilles=0.5,
  xunit/.store in=\xunit,unit/.default=1,xunit=1,
  yunit/.store in=\yunit,unit/.default=1,yunit=1
}

\begin{tikzpicture}[x=0.5cm,y=0.5cm,xmin=0,xmax=16,xgrilles=1,ymin=0,ymax=16,ygrilles=1]
  \draw[xstep=\xgrilles,ystep=\ygrilles,line width=0.3pt,lightgray] (\xmin,\ymin) grid (\xmax,\ymax) ;
  \draw[line width=1.5pt,->,darkgray] (\xmin,0)--(\xmax,0) ;
  \draw[line width=1.5pt,->,darkgray] (0,\ymin)--(0,\ymax) ;
  \foreach \x in {0,2,...,14} {\draw[gray,line width=1.5pt] (\x,4pt) -- (\x,-4pt) ;}
  \foreach \y in {0,2,...,14} {\draw[gray,line width=1.5pt] (4pt,\y) -- (-4pt,\y) ;}
  %la liste pour la courbe d'interpolation
  \def\liste{0/6/3$3/11/0$7/3/0$10/0/0$14/14/6}
  %les tangentes "stylis es"
  \splinegte[liste=\liste,xl=0,xr=1, couleur=blue,style=dashed]
  \splinegte[liste=\liste,xl=2,xr=2, couleur=purple,style=dotted,point=2]
  \splinegte[liste=\liste,xl=2,xr=2, couleur=orange,style=<->,point=3]
  \splinegte[liste=\liste,xl=1,xr=0, couleur=ForestGreen,point=5]
  %la courbe en elle-même
  \splineikz[liste=\liste,affpoints=true,coeffs=3, couleur=cyan,style=densely dotted]
\end{tikzpicture}

```

5 Codes

```
%packages utiles
\usepackage[dvipsnames,table]{xcolor}
\usepackage{tikz}
\usepackage{pgf,pgffor,pgfplots}
\usepackage[french]{babel}
\usepackage{ifthen}
\pgfplotsset{compat=1.18}
\usepackage{xkeyval}
\usepackage{xfp}
\usepackage{xstring}
\usepackage{simplekv}
\usepackage{listofitems}
\usepackage{xintexpr}
\usetikzlibrary{decorations.pathreplacing}
\usetikzlibrary{decorations.markings}
\usetikzlibrary{arrows.meta}
```

```
% extraire les coeffs \COEFFA & \COEFFB en fonction de la liste
\newcommand\extractcoeff [2]{%
  \setsepchar{S}%
  \readlist\lcoeffs{#1}
  \ifnum \lcoeffslen=1
    \def\COEFFA{#1}
    \def\COEFFB{#1}
  \else
    \itemtomacro\lcoeffs[#2]\COEFF
    \IfSubStr{\COEFF}{/}%
      {\StrCut{\COEFF}{/}{\COEFFA}{\COEFFB}}%
      {\def\COEFFA{\COEFF}\def\COEFFB{\COEFF}}
  \fi
}
```

```
% la commande splinetgte avec les options en simplekv
\defKV[splinetgt]{%
  liste=\def\LS{#1},%
  width=\def\epaisseur{#1},%
  couleur=\def\couleur{#1},%
  xl=\def\XL{#1},%
  xr=\def\XR{#1},%
  style=\def\style{#1},%
  point=\def\numpt{#1}
}

\setKVdefault[splinetgt]{%
  liste=,%
  width=1.25pt,%
  couleur=red,%
  xl=0.5,xr=0.5,%
  style=,%
  point=1
}

\newcommand\splinetgte[1][ ]{%
  \useKVdefault[splinetgt]%
  \setKV[splinetgt]{#1}% on paramètre les nouvelles clés et on les simplifie
  \setsepchar[.]{S./}%
  \readlist\listepoints\LS
  \itemtomacro\listepoints[\numpt,1]\xa
  \itemtomacro\listepoints[\numpt,2]\ya
  \itemtomacro\listepoints[\numpt,3]\fprimea
  \def\DEB{\fpeval{\xa-\XL}}\def\FIN{\fpeval{\xa+\XR}}%
  \draw[line width=\epaisseur,couleur,domain=\DEB:\FIN,\style] plot (\x,{\fprimea*(\x-\xa)+\ya}) ;%
}
```

```

% la commande splinetikz avec les options en simplekv
\defKV[spline]{%
  liste=\def\LS{#1},%
  width=\def\epaisseur{#1},%
  couleur=\def\couleur{#1},%
  coeffs=\def\coeffs{#1},%
  style=\def\style{#1},%
  couleurpoints=\def\couleurpoints{#1}%
}

\setKVdefault[spline]{%
  liste=,%
  width=1.25pt,%
  couleur=red,%
  coeffs=3,%
  style=,%
  couleurpoints=black,%
  affpoints=false%
}

\newcommand\splinetikz[1] [] {%
  \useKVdefault[spline]
  \setKV[spline]{#1}%
  %on lit la liste des points/nbderivés et on stocke dans \listepoints
  \setsepchar[.]{$.}%
  \readlist\listepoints\LS
  \def\nbsplines{\inteval{\listepointslen-1}}
  %si uniquement deux points, pas de boucle...
  \ifnum \listepointslen=2
    %extraction des coeffs de compensation
    \extractcoeff{\coeffs}{1}%
    %extraction des coordonnées
    \itemtomacro\listepoints[1,1]\xa
    \itemtomacro\listepoints[1,2]\ya
    \itemtomacro\listepoints[1,3]\fprimea
    \itemtomacro\listepoints[2,1]\xb
    \itemtomacro\listepoints[2,2]\yb
    \itemtomacro\listepoints[2,3]\fprimeb
    \draw[line width=\epaisseur,\couleur,\style] (\xa,\ya) ..controls +({atan \fprimea}:{(\xb-\xa)/\COEFFA}) and +({-180 +
    - atan \fprimeb}:{(\xb-\xa)/\COEFFA}).. (\xb,\yb) ;%
    %sinon on construit bout par bout !
  \else
    \foreach \i in {1,2,...,\nbsplines}{
      %extraction des coeffs de compensation
      \extractcoeff{\coeffs}{\i}
      \def\j{\inteval{\i+1}}
      \itemtomacro\listepoints[\i,1]\xa
      \itemtomacro\listepoints[\i,2]\ya
      \itemtomacro\listepoints[\i,3]\fprimea
      \itemtomacro\listepoints[\j,1]\xb
      \itemtomacro\listepoints[\j,2]\yb
      \itemtomacro\listepoints[\j,3]\fprimeb
      \draw[line width=\epaisseur,\couleur,\style] (\xa,\ya) ..controls +({atan \fprimea}:{(\xb-\xa)/\COEFFA}) and +({-180
      - + atan \fprimeb}:{(\xb-\xa)/\COEFFB}).. (\xb,\yb) ;%
    }
  \fi
  \ifboolKV[spline]{affpoints}%on affiche les points de contrôle
  {%
    \foreach \i in {1,2,...,\listepointslen}{%
      \itemtomacro\listepoints[\i,1]\xa
      \itemtomacro\listepoints[\i,2]\ya
      \filldraw[\couleurpoints] (\xa,\ya) circle[radius=2pt] ;%
    }
  }
  {}
}

```